

Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 14

Zadania zamknięte

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	A.	$0,03x = 9 \Rightarrow x = 300$
2.	D.	Podwojony kwadrat to $2a^2$.
3.	A.	$x = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{5}+1)}{\sqrt{5}+1} \Rightarrow x = \sqrt{2}$
4.	C.	$65\% + 47\% - 24\% = 88\%$ – procent uczniów uczących się angielskiego lub rosyjskiego, zatem żadnego z tych języków nie uczy się 12% uczniów, $0,12 \cdot 400 = 48$.
5.	A	$W(x) = x^2(x-1) - (x-1) \Rightarrow W(x) = (x^2 - 1)(x-1) \Rightarrow$ $\Rightarrow W(x) = (x-1)(x+1)(x-1) \Rightarrow W(x) = (x-1)^2(x+1)$
6.	C.	Skorzystaj z podstawowych własności logarytmów.
7.	B.	$ax - cx = a + b \Rightarrow x(a - c) = a + b \Rightarrow x = \frac{a + b}{a - c}$
8.	B.	Skorzystaj ze wzoru skróconego mnożenia i własności działań na potęgach.
9.	C.	$D = R \setminus \{3\} \Rightarrow x = -3 \vee x = \sqrt{3}$
10.	D.	$y = x^2 + 2x - 24 \Rightarrow W = (-1, -25)$
11.	C.	Rozwiązaniem nierówności jest przedział $\langle 0, 11 \rangle$, zatem są to liczby 2, 3, 5, 7, 11.
12.	D.	$n^2 - 9 < 0 \Rightarrow n \in (-3, 3) \wedge n \in N_+ \Rightarrow n \in \{1, 2\}$
13.	A.	Jest to ciąg o pierwszym wyrazie $a_1 = -2$ i ilorazie $q = 2$.
14.	D.	$\frac{45}{n} + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{45}{n} = \frac{1}{2} \Rightarrow n = 90$
15.	D.	$\sin \alpha = 5 \cos \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha + (5 \cos \alpha)^2 = 1 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{26}}{26}$
16.	A.	$\alpha + \alpha + 40^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 70^\circ$

17.	A.	Suma długości dwóch dowolnych boków trójkąta jest większa od długości trzeciego boku.
18.	D.	$ AC = \sqrt{36+16} \Rightarrow AC = 2\sqrt{13} \Rightarrow a = \sqrt{26} \Rightarrow r = \frac{1}{2}\sqrt{26}$
19.	B.	$x^2 + (y-5)^2 = 50 \Rightarrow S = (0,5)$
20.	D.	Środek ciężkości trójkąta, to punkt przecięcia się środkowych.
21.	B.	$\frac{n(n-3)}{2} = n \Rightarrow n = 5$
22.	D.	$\bar{\Omega} = 36, \bar{A} = 4$
23.	B.	Taki graniastosłup ma dwie podstawy po 6 wierzchołków, zatem jest sześciokątny. Ma więc sześć ścian bocznych i dwie podstawy.

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
24.	Zapisanie współczynnika kierunkowego prostej prostopadłej: $a = \frac{1}{2}$.	1
	Wyznaczenie równania szukanej prostej: $y = \frac{1}{2}, x - 2$.	1
25.	Wykorzystanie warunku styczności okręgu i prostej oraz wyznaczenie odległości punktu S od prostej $l: d(S, l) = 4 = r$.	1
	Zapisanie równania szukanego okręgu: $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 16$.	1
26.	Wyznaczenie skali podobieństwa: $k = 2$ i zapisanie zależności między obwodami: $L_2 = 2L_1$.	1
	Wyznaczenie obwodów trójkątów: $L_1 = 4, L_2 = 8$.	1
27.	Przekształcenie układu do równania: $-2x^2 - y^2 = 2$.	1
	Wykazanie sprzeczności: lewa strona równania jest zawsze niedodatnia, a prawa dodatnia.	1

28.	Zapisanie równania wynikającego z treści zadania: $\frac{x}{2-x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, gdzie x – mniejsza odległość wierzchołków obu kwadratów.	1
	Rozwiązanie równania: $x = \sqrt{3} - 1$.	1
29.	Wykorzystanie wzoru na tangens do przekształcenia wyrażenia: $W = \left(\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \right) \sin \alpha \cos \alpha$.	1
	Sprowadzenie do wspólnego mianownika wyrażenia w pierwszym nawiasie i wykorzystanie jedynki trygonometrycznej do obliczenia wartości wyrażenia: $W = \frac{\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \sin \alpha \cos \alpha = 1$.	1
30.	Wprowadzenie oznaczeń: x, y – odpowiednio cena hurtowa przewodnika i mapy, $0,2x, 0,25y$ – odpowiednio zysk z jednego przewodnika i jednej mapy.	1
	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} 20x + 30y = 1020 \\ 20 \cdot 0,2x + 30 \cdot 0,25y = 240 \end{cases}$.	2 (po 1 punkcie za każde równanie)
	Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} x = 15 \\ y = 24 \end{cases}$.	1
31.	Wyznaczenie wysokości trójkąta: $h = d(C, AB) = 3$.	1
	Wyznaczenie długości boku trójkąta: $a = 2\sqrt{3}$.	1
	Wprowadzenie oznaczeń: $A = \left(x, \frac{3}{4}x + 1 \right), B = \left(x_1, \frac{3}{4}x_1 + 1 \right)$.	1
	Zapisanie równania wynikającego z treści zadania: $\sqrt{(x+1)^2 + \left(\frac{3}{4}x + 1 - 4 \right)^2} = 2\sqrt{3}$.	1
	Rozwianie równania: $x_1 = \frac{4 - 4\sqrt{3}}{5}, x_2 = \frac{4 + 4\sqrt{3}}{5}$.	1
	Zapisanie odpowiedzi:	1

	$A = \left(\frac{4 - 4\sqrt{3}}{5}, \frac{8 - 3\sqrt{3}}{5} \right), B = \left(\frac{4 + 4\sqrt{3}}{5}, \frac{8 + 3\sqrt{3}}{5} \right).$	
32.	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnych oznaczeń oraz wyznaczenie krawędzi podstawy: a, h – odpowiednio krawędź podstawy i wysokość graniastosłupa, d – dłuższa przekątna rombu, $a = 4\sqrt{3}.$	1
	Wyznaczenie dłuższej przekątnej rombu: $d = 12.$	1
	Wyznaczenie wysokości graniastosłupa: $h = 12\sqrt{3}.$	1
	Wyznaczenie pola podstawy graniastosłupa: $P_p = 24\sqrt{3}.$	1
	Wyznaczenie objętości graniastosłupa: $V = 864.$	1