

## Odpowiedzi i schematy oceniania

### Arkusz 15

#### Zadania zamknięte

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	A.	$a = \left( \sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} \right)^2 = 4 + \sqrt{7} - 2\sqrt{(4 + \sqrt{7})(4 - \sqrt{7})} + 4 - \sqrt{7} \Rightarrow$ $\Rightarrow a = 8 - 2\sqrt{16 - 7} = 8 - 6 = 2$
2.	B.	$\left( \frac{23}{25}, \frac{24}{25} \right) = \left( \frac{46}{50}, \frac{48}{50} \right)$
3.	B.	$a = \log_3 \frac{6}{15} + \log_3 5 = \log_3 \frac{30}{15}$
4.	B.	Skorzystaj z interpretacji graficznej wartości bezwzględnej.
5.	C.	$x$ – cena kurtki przed obniżkami, $0,8 \cdot 0,85x = 408 \Rightarrow x = 600$ .
6.	B.	$W = \frac{3(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3x+6}{x^2-4}$
7.	A.	$\frac{x+y}{x-y} = \frac{3}{2\sqrt{2}-1} = \frac{6\sqrt{2}+3}{7}$
8.	B.	Jedynym rozwiązaniem równania jest liczba $x = -1$ (równanie $x^2 + 25 = 0$ jest sprzeczne).
9.	C.	Tata ma $16 + 32 = 48$ lat, zatem 3 razy więcej od Jacka.
10.	D.	$x + 3 \geq 0 \wedge x - 7 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3 \wedge x \geq 7 \Rightarrow x \geq 7$
11.	C.	Dziedzina funkcji jest zbiór $R \setminus \{-2, 2\}$ , zatem miejscami zerowymi są liczby $(-1)$ i $1$ .
12.	D.	Parabola ma ramiona skierowane do góry, więc funkcja jest rosnąca w przedziale $(x_w, +\infty)$ , $x_w = \frac{4}{2} = 2$ .
13.	D.	Miejszem zerowym pierwszej funkcji jest liczba $\left(-\frac{5}{3}\right)$ , zaś miejscem zerowym drugiej funkcji jest liczba $\frac{1}{a}$ . Otrzymujemy więc równanie

		$-\frac{5}{3} = \frac{1}{a} \Rightarrow a = -\frac{3}{5}$ .
14.	A.	Skorzystaj z zasady przesuwania wykresów funkcji.
15.	D.	Wartości funkcji wykładniczej są dodatnie.
16.	C.	Liczba logarytmowana musi być dodatnia, zatem dziedziną funkcji jest zbiór $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$ .
17.	B.	$a_4 = 64, a_5 = -160 \Rightarrow a_4 - a_5 = 64 + 160 = 224$
18.	C.	$\begin{cases} a_1 q^2 = 4 \\ a_1 q^3 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 16 \\ q = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow a_2 = -8$
19.	D.	Ciąg z przykładu D jest arytmetyczny, gdyż wyrazy różnią się o 2.
20.	A.	$\frac{1}{6} < \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha < \sin 30^\circ \Rightarrow \alpha < 30^\circ$
21.	C.	$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^2 \alpha = 1 + \frac{2}{7} = \frac{9}{7} \Rightarrow$ $\Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{\frac{9}{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$
22.	C.	$ \angle ADC  = 180^\circ - 142^\circ = 38^\circ \Rightarrow  \angle AOC  = 76^\circ$ .
23.	C.	$\frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8}$
24.	B.	$m = \frac{4+6}{2} \Rightarrow m = 5$
25.	C.	$\bar{\Omega} = 52, \bar{A} = 19$ , gdyż suma zbioru asów, dam i trefli jest zbiorem dziewiętnastoelementowym.

### Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
26.	Zapisanie równania: $\frac{-5 - 5 + 19 \cdot r}{2} \cdot 20 = 1230$	1
	Rozwiązanie równania: $r = 7$ .	1

27.	Wyznaczenie miary kąta $AOD$ : $ \angle AOD  = 20^\circ$ .	1
	Wyznaczenie miary kąta $DAO$ i wykazanie tezy zadania: $ \angle DAO  = 80^\circ \Rightarrow  \angle ACB  = 180^\circ - 2 \cdot 80^\circ = 20^\circ$ .	1
28.	Wyznaczenie pierwiastków trójmianu kwadratowego: $x_1 = -\frac{1}{4}, x_2 = \frac{1}{5}$ .	1
	Rozwiązanie nierówności: $x \in \left(-\frac{1}{4}, \frac{1}{5}\right)$ .	1
29.	Zapisanie sumy kwadratów trzech kolejnych liczb naturalnych i wykorzystanie wzorów skróconego mnożenia: $s = n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 \Rightarrow s = 3n^2 + 6n + 5, n \in N$ .	1
	Wykazanie tezy zadania: $s = 3(n^2 + 2n + 1) + 2$ – zapis liczby, która przy dzieleniu przez 3 daje resztę 2.	1
30.	Zapisanie układu równań: $\begin{cases} R + r = 19 \\ R - r = 5 \end{cases}$ .	1
	Rozwiązanie układu równań: $\begin{cases} R = 12 \\ r = 7 \end{cases}$ .	1
31.	Zapisanie równania: $3^3 - 4 \cdot 3^2 - 3m + 36 = 0$ .	1
	Rozwiązanie równania: $m = 9$ .	1
	Pogrupowanie wyrazów wielomianu: $W(x) = (x^2 - 9)(x - 4)$ .	1
	Wyznaczenie pierwiastków wielomianu: $x_1 = 3$ (dany pierwiastek), $x_2 = -3, x_3 = 4$ .	1
32.	Zapisanie współrzędnych środka okręgu za pomocą jednej zmiennej: $S = (x, x - 2)$ .	1
	Zapisanie równania: $\sqrt{x^2 + (x - 5)^2} = \sqrt{(x - 4)^2 + (x - 7)^2}$ .	1
	Rozwiązanie równania i zapisanie współrzędnych środka okręgu: $S = \left(\frac{10}{3}, \frac{4}{3}\right)$ .	1
	Wyznaczenie długości promienia okręgu: $r = \sqrt{\frac{125}{9}}$ .	1

	Zapisanie równania okręgu: $\left(x - \frac{10}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{4}{3}\right)^2 = \frac{125}{9}$ .	1
<b>33.</b>	Wykonanie rysunku z oznaczeniami lub wprowadzenie dokładnych oznaczeń: $a$ – krawędź podstawy, $h$ – wysokość podstawy, $H$ – wysokość ostrosłupa, $\alpha$ – kąt nachylenia krawędzi $SA$ do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.	1
	Wyznaczenie wysokości podstawy: $h = 10$ .	1
	Wyznaczenie krawędzi podstawy: $a = \frac{20\sqrt{3}}{3}$ .	1
	Wyznaczenie wysokości ostrosłupa: $H = 10$ .	1
	Wyznaczenie objętości ostrosłupa: $V = \frac{1000\sqrt{3}}{9}$ .	1
	Wyznaczenie kąta nachylenia krawędzi $SA$ do płaszczyzny podstawy ostrosłupa: $tg\alpha = \frac{H}{\frac{1}{2}a} \Rightarrow tg\alpha = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ .	1