Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 16

Zadania zamknięte

Numer zadania	**Poprawna odpowiedź**	**Wskazówki do rozwiązania**
1.	B.	$f(x) = ax + b$ – wzór ogólny funkcji liniowej $\begin{cases} -2 = a \cdot 0 + b \\ 1 = a \cdot 6 + b \end{cases}$ $\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -2 \end{cases}$ $f(x) = \frac{1}{2}x - 2$
2.	C.	$\frac{x-4}{x+1} = 2$ $2(x+1) = x - 4$ $2x + 2 = x - 4$ $x = -6$ Odwrotność -6 to $-\frac{1}{6}$.
3.	A.	$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \cdot 3^6 \cdot 27^{\frac{1}{3}} = 3 \cdot 3^6 \cdot 3 = 3^8 = \left(3^2\right)^4$
4.	C.	$a = \log_7 49 - 2\log_2 \sqrt{2} = 2 - 1 = 1$
5.	B.	Przyprostokątne trójkąta mają długości: $6, 6\sqrt{3}$. Przeciwprostokątna ma długość 12. $\cos\alpha = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$ (α – kąt ostry) $\alpha = 2 \cdot 30^\circ = 2 \cdot \beta$
6.	D.	$1 + 3 - 3 - 5 = -4$
7.	C.	$y = ax + b$ – równanie ogólne prostej $a = -5$ (z warunku równoległości prostych) Prosta przechodzi przez punkt $(1, -6)$: $y = -5x + b$ $-6 = -5 \cdot 1 + b$ $b = -1$ $y = -5x - 1$
8.	A.	$r = 3$

		$r=\frac{1}{3}h$ $3=\frac{1}{3}h$ $h=9$
9.	A.	x – liczba osób władających trzema językami $(40-6-9+x)+(50-6-5+x)+(26-9-5+x)=3x+76$ – liczba osób władających jednym językiem $6+9+5-3x=20-3x$ – liczba osób władających dwoma językami $3x+76+20-3x+x=100 \Leftrightarrow x=4$
10.	D.	$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$, $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$
11.	C.	Otrzymana bryła to stożek. $h=r$ $\frac{1}{3}\pi r^2\cdot h=72\pi \Leftrightarrow \frac{1}{3}\pi r^3=72\pi \Rightarrow r=6$, $d=2r=12$
12.	B.	$1\cdot 2\cdot ...\cdot n=24$ i $n\in N \Leftrightarrow n=4$
13.	A.	$\dfrac{\frac{1}{2}\cdot 20+\frac{1}{4}\cdot 12+1\cdot 15}{\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+1}=16$ (zł)
14.	A.	$a, a+1, a+2, a+3, a+4$ – pięć kolejnych liczb naturalnych, z których najmniejszą jest a $a+2=7 \Leftrightarrow a=5$
15.	D.	$a_3+a_1=16+8=24$ $4n+4=24,\ n=5$
16.	A.	$L_{EWA}=3+3+3\sqrt{2}=6+3\sqrt{2}$ $L_{MUR}=2(6+3\sqrt{2})=12+6\sqrt{2}=6(2+\sqrt{2})$
17.	C.	Suma cyfr tej liczby jest równa 3 – liczba dzieli się przez 3. Jest to liczba parzysta (cyfrą jedności jest 2) – dzieli się przez 2. Liczba podzielna przez 2 i przez 3 dzieli się przez 6.
18.	A.	Przekątna graniastosłupa, przekątna podstawy graniastosłupa i krawędź boczna (równa wysokości graniastosłupa) tworzą trójkąt prostokątny, w którym naprzeciw kąta α między podstawą a przekątną graniastosłupa leży przyprostokątna p dwa razy krótsza od przeciwprostokątnej. $\sin\alpha=\frac{p}{2p}=\frac{1}{2}\Rightarrow \alpha=30^\circ$
19.	C.	$a_4=a_1\cdot q^{4-1}=4$ $a_7=a_1\cdot q^{7-1}=32$ Stąd: $a_1=\frac{1}{2}, q=2$ $a_n=a_1q^{n-1}=\frac{1}{2}\cdot 2^{n-1}=2^{n-2}$

20.	A.	$\frac{x}{x-5}-\frac{x}{x-4}-\frac{5}{(x-4)(x-5)}=\frac{x(x-4)-x(x-5)-5}{(x-4)(x-5)}=$ $\frac{x^2-4x-x^2+5x-5}{(x-4)(x-5)}=\frac{x-5}{(x-4)(x-5)}=\frac{1}{x-4}$
21.	B.	$(\sin\alpha+\cos\alpha)^2=\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha=1+2\cdot\frac{3}{5}=\frac{11}{5}$
22.	C.	Wierzchołek paraboli $y=-(x-3)^2+2$ znajduje się w punkcie $(3,2)$. Ramiona paraboli skierowane są do dołu. Wykres przecina oś OX w dwóch punktach.
23.	B.	$140\%a-20\%\cdot140\%a=\frac{140}{100}a-\frac{20}{100}\cdot\frac{140}{100}a=\frac{140}{100}a-\frac{28}{100}a=\frac{112}{100}a=112\%a$
24.	C.	Kąt środkowy oparty na tym samym łuku co kąt wpisany ma miarę dwa razy większą: $2\cdot18^\circ=36^\circ$. $\frac{36^\circ}{360^\circ}\cdot2\pi r=\frac{1}{10}\cdot2\pi\cdot10=2\pi$
25.	D.	$\lvert x-1\rvert<6\Leftrightarrow-6<x-1<6\Leftrightarrow-5<x<7$ liczby pierwsze spełniające nierówność: $2,3,5$. $\lvert x+1\rvert>2\Leftrightarrow x+1>2$ lub $x+1<-2\Leftrightarrow x>1$ lub $x<-3$ liczby pierwsze spełniające nierówność: $2,3,5,7,\ldots$. Liczby spełniające obie nierówności: $2,3,5$.

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania	Liczba punktów
26.	Wyłączenie wspólnego czynnika przed nawias po obu stronach równania: $x(x^2+4)=2(x^2+4)$.	1
	Rozwiązanie równania: $x=2$.	1
27.	Znalezienie pierwszej współrzędnej wierzchołka: $x=1$ i stwierdzenie, że liczba ta należy do przedziału $\langle-1,2\rangle$.	1
	Obliczenie największej wartości (drugiej współrzędnej wierzchołka): $f(1)=7$.	1
28.	Obliczenie wysokości rombu: $\frac{h}{6}=\frac{1}{3}\Rightarrow h=2$.	1
	Obliczenie pola rombu: $P=ah=6\cdot2=12$.	1
29.	Określenie liczby zdarzeń elementarnych: 1000^5 i określenie liczby zdarzeń sprzyjających: 1000.	1
	Zapisanie prawdopodobieństwa: $P(A)=\frac{1000}{1000^5}=\frac{1}{1000^4}$.	1
30.	Obliczenie współrzędnych środka odcinka: $S=\left(\frac{-2+6}{2},\frac{4-6}{2}\right)=(2,-1)$.	1

	Obliczenie odległości punktu S od punktu $(0,0)$: $\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$.	1
31.	Zapisanie 16^{36} jako 2^{144}.	1
	Obliczenie sumy ciągu arytmetycznego: $1+3+....+2n-1=n^2$.	1
	Rozwiązanie równania $n^2=144$: $n=12 \cup n=-12$.	1
	Wskazanie rozwiązania będącego liczbą naturalną: $n=12$.	1
32.	Obliczenie promienia stożka: $2\pi r=12, 2\cdot 3\cdot r\approx 12, r\approx 2$.	1
	Zapisanie zależności między promieniem a wysokością stożka: $tg\alpha=\frac{h}{r}$, $1{,}5=\frac{h}{r}$, $h=1{,}5r$.	1
	Obliczenie wysokości stożka: $h=3$.	1
	Obliczenie objętości stożka: $V=\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 2^2\cdot 3=12$ (m^3).	1
	Obliczenie liczby kursów ciężarówki: $12:2=6$.	1
33.	Ułożenie równania opisującego treść zadania: x – liczba kilometrów, jaką uczniowie przebywali dziennie, $\frac{84}{x}+2=\frac{84}{x-7}$.	1
	Sprowadzenie lewej strony równania do wspólnego mianownika i skorzystanie z własności proporcji: $84x=(84+2x)(x-7)$.	1
	Zapisanie równania w postaci: $2x^2-14x-588=0$ lub w postaci $x^2-7x-294=0$.	1
	Obliczenie wyróżnika: $\Delta=1225$.	1
	Obliczenie pierwiastków równania: $x_1=-14$, $x_2=21$.	1
	Podanie odpowiedzi: uczniowie przebywali dziennie 21 km.	1