Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 17

Zadania zamknięte

Numer zadania	**Poprawna odpowiedź**	**Wskazówki do rozwiązania**
1.	D.	$3\sqrt{3\sqrt[3]{9\sqrt{9}}} = 3\sqrt{3\sqrt[3]{9\cdot 3}} = 3\sqrt{3\sqrt[3]{27}} = 3\sqrt{3\cdot 3} = 3\sqrt{9} = 3\cdot 3 = 9$
2.	B.	Kąt a leży naprzeciw boku długości 2, przeciwprostokątna jest równa $\sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5}$. $\operatorname{tg}\alpha - 5\sin\alpha\cos\beta = 2 - 5\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} = 2-4 = -2$
3.	B.	$\frac{x}{y} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \frac{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{3+2\sqrt{2}}{1} = 3+2\sqrt{2}$ $\frac{x}{y} - 3 = 3+2\sqrt{2}-3 = 2\sqrt{2} = z$
4.	A.	$\sqrt{(x-4)^2} < 7 \Leftrightarrow \lvert x-4\rvert < 7 \Leftrightarrow -3 < x < 11$ Liczby całkowite ujemne większe od (-3): $-2, -1$.
5.	C.	$0{,}5a$ – połowa liczby a $0{,}5a + 20\%\cdot 0{,}5a = 0{,}5a + 0{,}2\cdot 0{,}5a = 0{,}5a + 0{,}1a = 0{,}6a$
6.	B.	Do dziedziny funkcji f nie należą liczby, dla których mianownik we wzorze funkcji jest równy zero. $f(x) = \frac{5x}{x(x+1)(x-\sqrt{7})(x^2+7)}$ $x(x+1)(x-\sqrt{7})(x^2+7) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \cup x+1 = 0 \cup x-\sqrt{7} = 0 \cup x^2+7 = 0$ Stąd: $x = 0 \cup x = -1 \cup x = \sqrt{7}$ (wyrażenie x^2+7 przyjmuje zawsze wartości dodatnie) – do dziedziny funkcji nie należą 3 liczby.
7.	B.	Wierzchołek paraboli $y = x^2 - 4$ znajduje się w punkcie o współrzędnych $(0,-4)$, ramiona paraboli są skierowane do góry. Aby parabola miała tylko jeden punkt wspólny z prostą $y = 2$, wierzchołek paraboli musi się znaleźć w punkcie, którego druga współrzędna jest

		równa 2. Wykres trzeba więc przesunąć o $2-(-4)=6$ jednostek do góry.
8.	D.	Wykresem układu równań są dwie proste pokrywające się, zatem jest to układ nieoznaczony. Odpowiednie współczynniki liczbowe są w obu równaniach równe. $\begin{cases} 2x+6y=1 \\ (a-3)x+6y=b-a \end{cases} \Rightarrow a-3=2 \text{ i } b-a=1$ Stąd: $a=5, b=6$.
9.	C.	$P(x)=W(x)-K(x)=mx^7-6x^5+2-(3x^3-6x^5+(3m-2)x^7)=$ $=(-2m+2)x^7-3x^3+2$ $-2m+2\neq 0$ $m\neq 1$
10.	C.	Funkcję liniową f można opisać wzorem: $f(x)=ax+b$. $a=-4$ (wykres jest prostopadły do prostej $y=\frac{1}{4}x-11$) $b=2$ (wykres przechodzi przez punkt $(0, 2)$) $f(x)=-4x+2$ – wzór funkcji $-4x+2=0 \Leftrightarrow x=0{,}5$
11.	C.	Kąt środkowy jest dwa razy większy od kąta wpisanego opartego na tym samym łuku. $\alpha=2\beta$ $\beta+2\beta=90^\circ$ $\beta=30^\circ$, $\alpha=60^\circ$ ΔABC jest równoramienny i jeden z kątów ma miarę 60°, zatem jest równoboczny.
12.	A.	$\frac{6(-x^2+16)(2x-4)}{2(x-4)(2-x)}=\frac{-6(x^2-16)\cdot 2(x-2)}{-2(x-4)(x-2)}=\frac{6(x-4)(x+4)}{x-4}=6(x+4)$
13.	B.	$a_n=n-\frac{(-1)^n}{n}$ $a_1+a_2+a_3=2+1{,}5+3\frac{1}{3}=6\frac{5}{6}$
14.	C.	Liczba ma być większa od 6000 – cyfrą tysięcy musi być 6. Na pozostałych trzech miejscach mogą stać cyfry: $2, 3, 5$ na $2\cdot 3=6$

		sposobów.
15.	C.	Zbiorem wartości funkcji wykładniczej $f(x)=3^x$ jest przedział $(0,\infty)$. Prosta $y=4-2m$ ma z wykresem tej funkcji jeden punkt wspólny, gdy $4-2m>0 \Rightarrow m\in(-\infty,2)$.
16.	B.	x – odległość balonu od punktu A $\frac{10}{x}=\sin\alpha$, $x=\frac{10}{\sin\alpha}$
17.	B.	Funkcja kwadratowa osiąga wartość największą, gdy ramiona paraboli będącej jej wykresem są skierowane do dołu. Zatem współczynnik stojący przy x^2 musi być ujemny. $2-\frac{1}{4}k<0 \Rightarrow k>8$
18.	B.	$\sin\alpha-2\cos\alpha=0 \Leftrightarrow \sin\alpha=2\cos\alpha$ $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{2\cos\alpha}{\cos\alpha}=2$
19.	D.	l – tworząca stożka r – promień stożka $l=2r$ $\pi rl=\pi r\cdot 2r=8\pi \Rightarrow r=2$ $\pi r^2=4\pi$
20.	A.	$1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n\cdot(1\cdot 2\cdot 3)=12$ $1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n=2 \Rightarrow n=2$
21.	A.	$P(A)=1-\frac{8}{20}=\frac{12}{20}$ $P(B)=1-0{,}3=0{,}7$ $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=\frac{12}{20}+0{,}7-0{,}8=0{,}5$
22.	B.	$P=4\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=a^2\sqrt{3}$ $P_1=4\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}(2a)^2=4a^2\sqrt{3}$ $\frac{P_1}{P}=4$

23.	C.	Długość boku kwadratu: $\sqrt{144}=12$ (cm). r – promień podstawy walca $2\pi r=12$ $12\approx 2\cdot 3\cdot r$ $r\approx 2$ (cm)
24.	D.	a – długość krawędzi sześcianu $a^3=64$ $a=4$ d – długość przekątnej ściany (czyli kwadratu o boku a) $d=a\sqrt{2}=4\sqrt{2}$
25.	C.	Równanie prostej AB: $y=-x+1$. Współrzędne środka odcinka AB: $S=(0,1)$. Symetralna – prosta prostopadła do prostej AB i przechodząca przez punkt S: $y=x+1$.

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania	Liczba punktów
26.	Zapisanie warunku: $\left\|AC\right\|=\left\|AB\right\|+\left\|BC\right\|$ lub $\left\|AC\right\|=\left\|\left\|AB\right\|-\left\|BC\right\|\right\|$.	1
	Obliczenie $\left\|AC\right\|$: 8 lub 4.	1
27.	Znalezienie współrzędnych punktów A i B: $A=(4,0)$, $B=(0,4)$ i środka odcinka $S=(2,2)$.	1
	Znalezienie długości promienia $r=2\sqrt{2}$ i zapisanie równania okręgu: $(x-2)^2+(y-2)^2=8$.	1
28.	Zapisanie odpowiedniego równania: $\frac{n(n-1)}{2}=10$ (n – liczba znajomych)	1
	Rozwiązanie równania w liczbach naturalnych: $n=5$.	1
29.	Zapisanie warunku wynikającego z własności ciągu arytmetycznego:	1

	$2^{x+1}-2=2^{x+1}+6-2^{x+1}$.	
	Obliczenie x: $2^{x+1}=8$, $2\cdot 2^x=2^3$, $2^x=2^2$, $x=2$.	1
30.	Obliczenie odpowiednich prawdopodobieństw: A – wyciągnięta karta jest dama lub treflem, D – wyciągnięta karta jest damą, T – wyciągnięta karta jest treflem, $P(A)=P(D\cup T)=P(D)+P(T)-P(D\cap T)$, $P(D)=\frac{4}{52}$, $P(T)=\frac{13}{52}$, $P(D\cap T)=\frac{1}{52}$.	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A)=\frac{4}{52}+\frac{13}{52}-\frac{1}{52}=\frac{16}{52}=\frac{4}{13}$.	1
31.	Zapisanie wyrażenia $-6x^2$ w postaci różnicy i pogrupowanie wyrazów: $4x^3-6x^2+2=0$, $4x^3-4x^2-2x^2+2=0$, $(4x^3-4x^2)-(2x^2-2)=0$.	1
	Wyłączenie wspólnego czynnika: $4x^2(x-1)-2(x-1)(x+1)=0,$ $(x-1)(4x^2-2x-2)=0,$ $2(x-1)(2x^2-x-1)=0.$	1
	Obliczenie wyróżnika i pierwiastków trójmianu: $\Delta=1-4\cdot 2\cdot(-1)=9>0$, $x_1=\frac{1-3}{4}=-\frac{1}{2}$, $x_2=\frac{1+3}{4}=1$.	1
	Określenie pierwiastków: $1, -\frac{1}{2}$.	1
32.	Zapisanie równości wynikających z treści zadania i własności ciągu arytmetycznego oraz wyznaczenie dwóch wyrażeń ciągu arytmetycznego: a – pierwszy wyraz ciągu arytmetycznego,	1

	b – drugi wyraz ciągu arytmetycznego, c – trzeci wyraz ciągu arytmetycznego, $a+b+c=15,$ $\frac{a+c}{2}=b,$ $\frac{a+c}{2}+\frac{b}{2}=\frac{15}{2},$ $b+\frac{b}{2}=\frac{15}{2},$ $b=5,$ $a+c=2b=2\cdot 5=10,$ $c=10-a.$	
	$a+2$ – pierwszy wyraz ciągu geometrycznego, $5-1=4$ – drugi wyraz ciągu geometrycznego, $\frac{c}{2}$ – trzeci wyraz ciągu geometrycznego. Wykorzystanie własności wyrazów ciągu geometrycznego i obliczenie a: $4^2=\frac{c}{2}(a+2),$ $32=(10-a)(a+2),$ $a^2-8a+12=0,$ $\Delta=64-48=16,$ $a=2$ lub $a=6$.	1
	Wybranie odpowiedniej liczby a (ciąg geometryczny ma być malejący) i obliczenie wyrazów ciągu arytmetycznego: $6, 5, 4$.	1
	Obliczenie wyrazów ciągu geometrycznego: $8, 4, 2$.	1
	Znalezienie ilorazu ciągu geometrycznego: $4:8=\frac{1}{2}$.	1
33.	Obliczenie długości boku rombu: $8\sqrt{10}:4=2\sqrt{10}$ (cm).	1
	Zapisanie odpowiedniego równania: $2x$ – długość (w cm) krótszej przekątnej,	1

	$2x+8$ – długość (w cm) dłuższej przekątnej, przekątne przecinają się pod kątem prostym i dzielą na połowy, $x^2+(x+4)^2=(2\sqrt{10})^2$.	
	Przekształcenie równania do postaci: $x^2+4x-12=0$.	1
	Obliczenie wyróżnika: $\Delta=64>0$ i pierwiastków: $x=-6$ lub $x=2$.	1
	Obliczenie długości przekątnych: $4, 12$.	1
	Obliczenie pola rombu: $\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 12=24$ (cm^2).	1