Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 18

Zadania zamknięte

Numer zadania	**Poprawna odpowiedź**	**Wskazówki do rozwiązania**
1.	C.	$8 - a\sqrt{5} = 3$ $-a\sqrt{5} = -5$ $a = \frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{5} = \sqrt{5}$
2.	B.	Proste równoległe mają równe współczynniki kierunkowe. $2a = a + b$ $2a - a - b = 0$ $a - b = 0$
3.	B.	$S = (1, 0)$ – współrzędne środka okręgu. Odległość punktu S od prostej $x = 3$ jest równa 2. Aby prosta i okrąg miały dwa punkty wspólne, $r > 2$.
4.	C.	Wzór funkcji: $f(x) = (x+4)(x-6) + w = x^2 - 2x - 24 + w$. Pierwsza współrzędna wierzchołka: $\frac{-(-2)}{2} = 1$. $f(1) = -2 \Rightarrow 1 - 2 - 24 + w = -2$ $w = 23$ $f(x) = (x+4)(x-6) + 23$
5.	C.	$\left(a^{-\frac{1}{2}} - 5\right)\left(a^{-\frac{1}{2}} + 5\right) = \left(a^{-\frac{1}{2}}\right)^2 - 25 = a^{-1} - 25$
6.	A.	$2a + 3 > 1$ $2a > -2 \Rightarrow a > -1$
7.	B.	$\cos^4\alpha + \sin^4\alpha = (\cos^2\alpha + \sin^2\alpha)^2 - 2\cos^2\alpha\sin^2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$ co $1 - 2\sin^2\alpha\cos^2\alpha = 1 - 2\cdot(0{,}5)^2 = 0{,}5$
8.	D.	Ze wszystkich dziesięciu cyfr można utworzyć 10^8 numerów telefonicznych ośmiocyfrowych. Ośmiocyfrowych numerów z dziewiątką na pierwszym miejscu jest 10^7.

		Numerów ośmiocyfrowych bez dziewiątki jest: $10^8 - 10^7$.
9.	B.	$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + 2^{-2} - \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{1}{2}} = 2 + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 2$ $33\frac{1}{3}\% m = 2$ $\frac{100}{3} \cdot \frac{1}{100} m = 2$ $m = 6$
10.	C.	Wartość bezwzględna liczby jest zawsze liczbą nieujemną. $\lvert x\rvert \geq 0, \lvert x+2\rvert \geq 0$ Suma będzie miała najmniejszą wartość dla $x = 0$ i będzie równa 2.
11.	B.	$\lvert 6-2x\rvert = 1$ $6-2x = 1$ lub $6-2x = -1$ $-2x = -5$ lub $-2x = -7$ $x = 2{,}5$ lub $x = 3{,}5$ $3{,}5 - 2{,}5 = 1$
12.	A.	Największą wartość $y = 3$ funkcja osiąga dla $x = 0$. Najmniejsza wartość to $y = -1$ dla $x \in \langle 2, \infty)$. Zbiór wartości: $\langle -1, 3\rangle$.
13.	D.	$(2m-4)x + 2y + 1 = 0$ $2y = -(2m-4)x - 1 / :2$ $y = -(m-2)x - 0{,}5$ $\mathrm{tg}45^\circ = 1$ $-(m-2) = 1$ $-m+2 = 1$ $-m = -1$ $m = 1$
14.	B.	$\frac{P_{EFG}}{P_{ABC}} = 4 = k^2, k = 2$ – skala podobieństwa

		$\frac{\lvert EF\rvert}{16}=2$ $\lvert EF\rvert=32$
15.	D.	Wielomian stopnia trzeciego, którego pierwiastkami są liczby a, b, c, można zapisać w postaci: $W(x)=m(x-a)(x-b)(x-c)$. Jeśli $m=2, a=-3, b=1, c=4$, to $W(x)=2(x+3)(x-1)(x-4)$.
16.	B.	$\pi r^2=4\pi \Rightarrow r=2$ – promień koła a – długość boku trójkąta h – wysokość trójkąta $r=\frac{2}{3}h=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ $\frac{\sqrt{3}}{3}a=2$ $a=\frac{6}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$
17.	A.	AB – krótsza podstawa $\lvert AB\rvert=10$ CD – dłuższa podstawa $\lvert CD\rvert=16$ BE – wysokość poprowadzona z wierzchołka B ΔBEC prostokątny, $\lvert\angle EBC\rvert=30^\circ$ $\sin 30^\circ=\frac{\lvert EC\rvert}{\lvert CB\rvert}$ $\frac{1}{2}=\frac{3}{\lvert CB\rvert}\Rightarrow \lvert CB\rvert=6$ Obwód: $10+16+6+6=38$.
18.	B.	Pole figury jest równe 8 (jest to trójkąt), gdy ograniczone jest przez proste $y=2x-4, y=-2x-4, y=0$. Wykresy prostych $y=2x-4, y=-2x-4$ leżą powyżej wykresu funkcji $f(x)=x^2-4$.

		Zatem pole danej figury jest większe od 8.
19.	B.	Prawdopodobieństwo wyboru każdej z kapsuł jest takie samo, zatem jest równe $\frac{1}{2}$. $P(A)=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{9}{20}$
20.	C.	r – promień kuli $\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{1}{6}\pi$ $r^3=\frac{1}{8}$ $r=\frac{1}{2}$ Pole powierzchni kuli: $4\pi r^2=4\pi\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2=\pi\approx 3{,}14$ – liczba niewymierna większa od 3.
21.	C.	a – długość krawędzi sześcianu Objętość sześcianu: a^3. Objętość czworościanu foremnego: $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. $\frac{a^3}{\frac{a^3\sqrt{2}}{12}}=\frac{12}{\sqrt{2}}=\frac{12\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$
22.	C.	$a,\ 0{,}5a,\ 025a$ – trzy pierwsze wyrazy ciągu $a+0{,}5a+0{,}25a=-3{,}5$ $a=-2$ Czwarty wyraz: $(-2)\cdot(0{,}5)^3=-0{,}25$.
23.	A.	$4^{\log_2 5}=2^{2\log_2 5}=\left(2^{\log_2 5}\right)^2=5^2=25$
24.	A.	$3x,\ 4x$ – długości wysokości a,b – długości boków $3xa=4xb$ $3ax=4bx=24\Rightarrow a=4,\ b=3$, ponieważ długości boków wyrażają się liczbami naturalnymi i $3x>5, 4x>5$.

25.	D.	Kąty KEL i LAK są kątami wpisanymi w okrąg, opartymi na tym samym łuku, mają więc równe miary.

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania	Liczba punktów
26.	Wyznaczenie różnicy ciągu: a – pierwszy wyraz ciągu, r – różnica ciągu, $-r = a_3 - a_4 = -2 \Rightarrow r = 2$.	1
	Wyznaczenie pierwszego wyrazu ciągu: $a_2 + a_3 = a + r + a + 2r = 2a + 3r = 0$, $2a + 6 = 0$, $a = 3$.	1
27.	Obliczenie wartości logarytmów: $\log_{2\sqrt{2}} 8 = x \Leftrightarrow (2\sqrt{2})^x = 8 \Leftrightarrow 2^{\frac{3}{2}x} = 2^3 \Leftrightarrow x = 2$, $\log_{\frac{1}{2}} 0{,}25 = z \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^z = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow z = 2$.	1
	Obliczenie liczby a i uzasadnienie, że nie jest to liczba ani pierwsza, ani złożona: $a = 2 - 2 = 0$, Zero nie jest ani liczbą pierwszą, ani złożoną.	1
28.	Przekształcenie równania: $2\cos\alpha - \sqrt{2} = 0$, $2\cos\alpha = \sqrt{2}$, $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$.	1
	Podanie miary odpowiedniego kąta: $\alpha = 45^\circ$.	1
29.	Przedstawienie wyrażenia pod znakiem pierwiastka w postaci wzoru skróconego mnożenia:	1

	$\sqrt{6\sqrt{3}+12}=\sqrt{3+6\sqrt{3}+9}=\sqrt{(3+\sqrt{3})^2}$.	
	Wykorzystanie własności wartości bezwzględnej: $\sqrt{(3+\sqrt{3})^2}=\left\|3+\sqrt{3}\right\|=3+\sqrt{3}$, bo $3+\sqrt{3}>0$, $3+\sqrt{3}>3+1=4$, bo $\sqrt{3}>1$.	1
30.	Podniesienie obu stron równości do kwadratu: $\frac{1}{a}+a=2$ – obie strony są liczbami dodatnimi, $\left(\frac{1}{a}+a\right)^2=2^2$, $\frac{1}{a^2}+a^2+2=4$, $\frac{1}{a^2}+a^2=2$.	1
	Zapisanie odpowiedniej równości: $\frac{1}{a^2}+a^2=2=\frac{1}{a}+a$.	1
31.	Zapisanie i przekształcenie równania do najprostszej postaci: $\frac{n(n-3)}{2}=35$, $n^2-3n-70=0$.	1 [za to zadanie przewidziano łącznie 4 pkt, a tu tylko 2, **dwóch brakuje!!!**]
	Obliczenie wyróżnika i podanie liczby boków: $\Delta=9-4\cdot(-70)=289$, $n=\frac{3+17}{2}=10$ $(n>0)$.	1
32.	Rozwiązanie nierówności: $\frac{x-3}{2}-\frac{x-1}{3}<0$, $\frac{3(x-3)-2(x-1)}{6}<0$, $x<7$.	1
	Wypisanie liczb naturalnych należących do zbioru rozwiązań nierówności: $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.	1

	Wypisanie par sprzyjających zdarzeniu: $(0, 4), (1, 5), (2, 6)$ i określenie ich liczby: 3.	1
	Określenie liczby zdarzeń elementarnych: $6 \cdot 7 = 42$.	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa: $P(A) = \frac{3}{42}$.	1
33.	Zapisanie równań wynikających z treści zadania: a – długość jednej z krawędzi, q – iloraz ciągu, $a > 0, q > 0$, aq – długość drugiej krawędzi, aq^2 – długość trzeciej krawędzi, $a \cdot aq \cdot aq^2 = 27$, $a + aq + aq^2 = 13$.	1
	Wyznaczenie q z pierwszego równania: $a^3q^3 = 27$, $aq = \sqrt[3]{27}$, $aq = 3$, $q = \frac{3}{a}$.	1
	Podstawienie $q = \frac{3}{a}$ do drugiego równania i zapisanie równania w najprostszej postaci: $a + 3 + \frac{9}{a} = 13$, $a^2 + 3a + 9 = 13a$, $a^2 - 10a + 9 = 0$.	1
	Obliczenie wyróżnika: $\Delta = 100 - 36 = 64$ i obliczenie pierwiastków równania kwadratowego: $a = 1$ lub $a = 9$.	1
	Obliczenie długości krawędzi: $1, 3, 9$.	1
	Wskazanie najkrótszej krawędzi: 1.	1