Odpowiedzi i schematy oceniania

Arkusz 19

Zadania zamknięte

Numer zadania	**Poprawna odpowiedź**	**Wskazówki do rozwiązania**
1.	D.	$4\cdot(-2)+2m-6=0$ $2m=14$ $m=7$
2	C.	Funkcja kwadratowa ma jedno miejsce zerowe, gdy wyróżnik trójmianu jest równy 0. $\Delta = m^2 - 4(-1)(-9) = m^2 - 36$ $m=6 \cup m=-6$ dla $m=6$ $f(x)=-x^2+6x-9$ Największą wartość funkcja przyjmuje dla argumentu $x=\frac{-b}{2a}$. $x=\frac{-6}{-2}=3$ dla $m=-6$ $f(x)=-x^2-6x-9$ $x=\frac{6}{-2}=-3$
3.	A.	$4^{-1}+4^{-\frac{1}{2}}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}=2^{-1}$
4.	C.	$W(-1)=2a+2b-a-b-5=a+b-5$ $a+b-5=0$ $a+b=5$ Suma dwóch liczb dodatnich jest liczbą nieparzystą, jeżeli jedna z tych liczb jest parzysta, a druga nieparzysta.
5.	C.	h – wysokość walca

		$\frac{4}{3}\pi r^3 = \pi r^2 h$ $h = \frac{4}{3}r$
6.	B.	$\sqrt{-x^2 + x\sqrt{5} + 9} - \lvert x-3 \rvert = \sqrt{-(\sqrt{5})^2 + \sqrt{5}\cdot\sqrt{5} + 9} - \lvert\sqrt{5}-3\rvert =$ $= \sqrt{-5+5+9} - (-\sqrt{5}+3) = \sqrt{9} + \sqrt{5} - 3 = 3 + \sqrt{5} - 3 = \sqrt{5}$
7.	D.	Dla $x > 0$ $\frac{\lvert x\rvert}{x} < 1 \Leftrightarrow \frac{x}{x} < 1 \Leftrightarrow 1 < 1$ – sprzeczność. Dla $x < 0$ $\frac{\lvert x\rvert}{x} < 1 \Leftrightarrow \frac{-x}{x} < 1 \Leftrightarrow -1 < 1$ – nierówność jest spełniona przez każdą liczbę całkowitą mniejszą od 0, jest nieskończenie wiele takich liczb.
8.	A.	Z podobieństwa odpowiednich trójkątów. $x = \lvert CD\rvert$ $\frac{4}{10} = \frac{2}{2+x} \Rightarrow x = 3$
9.	C.	h – wysokość trójkąta $2a$ – długość podstawy trójkąta $\frac{h}{a} = \mathrm{tg}30^3$ $\frac{h}{a} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow h = \frac{a}{\sqrt{3}}$ $\frac{1}{2}\cdot 2ah = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ $ah = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ $a\cdot\frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ $a^2 = 4$ $a = 2$ $2a = 4$ 4 – liczba całkowita większa od 2
10.	C.	a – długość boku sześcianu

		$a\sqrt{3}$ – długość przekątnej sześcianu o boku a $a\sqrt{3}=3$ $a=\sqrt{3}$ $a\sqrt{2}$ – długość przekątnej podstawy sześcianu $a\sqrt{2}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{6}$
11.	C.	Wykresem jest parabola o wierzchołku $(0, b)$. Jeśli $a>0$ to $b<0$ – ramiona paraboli skierowane są ku górze, wierzchołek paraboli leży pod prostą $y=0$. Jeśli $a<0$ to $b>0$ – ramiona paraboli są skierowane do dołu, wierzchołek paraboli leży nad prostą $y=0$. W każdym przypadku są dwa punkty wspólne paraboli i prostej $y=0$.
12.	B.	$\log_3 m = w$ $3^w = m$ $\log_9 m = x$ $9^x = m$ $9^x = 3^w$ $3^{2x} = 3^w$ $x=\frac{w}{2}$
13.	A.	$P(A)=\frac{10}{100}\cdot\frac{80}{100}=\frac{8}{100}=\frac{4}{50}$
14.	D.	$5x-y-1=0$ $-x-5y+5=0$ $\quad$ $-y=-5x+1$ $y=5x-1$ $-5y=x-5$ $y=-\frac{1}{5}x+1$ Współczynnik kierunkowy jednej prostej jest równy $-\frac{1}{5}$, a drugiej 5 – proste są więc prostopadłe, czyli przecinają się pod kątem o mierze 90°.
15.	D.	$y=\frac{9}{5}x+32$

		$5y=9x+160$ $9x=5y-160$ $x=\frac{5y-160}{9}$ $x=\frac{5\cdot 122-160}{9}=50$
16.	B.	$x^2-4x+y^2-2y+1=0$ $(x^2-4x+4)+(y^2-2y+1)-4=0$ $(x-2)^2+(y-1)^2=2^2$ Środek okręgu: $(2,1)$, promień: 2. Punkt A leży wewnątrz koła ograniczonego okręgiem.
17.	B.	Trójkąty AEC i AEB są równoramienne. $\lvert\angle EAC\rvert=\lvert\angle ACE\rvert=\alpha$ $\lvert\angle EBA\rvert=\lvert\angle BAE\rvert=\beta$ $\lvert\angle BAC\rvert=\alpha+\beta=90^\circ$ – trójkąt prostokątny
18.	C.	$a_{n+1}-a_n=(-1)^{n+1}-(-1)^n$ dla n nieparzystych $a_{n+1}-a_n=1-(-1)=2$ dla n parzystych $a_{n+1}-a_n=-1-1=-2$
19.	D.	$K(x)=2(x^5-1)+(-x^5+1)=2x^5-2-x^5+1=x^5-1$ – wielomian piątego stopnia.
20.	A.	$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ $\sin^2\alpha=1-a^2$ $\mathrm{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ $\mathrm{tg}^2\alpha=\frac{1-a^2}{a^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{a^2}{a^2}=\frac{1}{a^2}-1$
21.	B.	$\frac{1+2+3+...+99+100}{0,(5)+0,(4)}=\frac{\frac{1+100}{2}\cdot 100}{\frac{5}{9}+\frac{4}{9}}=\frac{5050}{1}=5050$

22.	D.	$5, x, 15$ – ciąg arytmetyczny Z własności ciągu arytmetycznego: $x = \frac{15+5}{2} = 10$. $y, 10, 20$ – ciąg geometryczny Z własności ciągu geometrycznego: $10^2 = 20y$, $100 = 20y$, $y = 5$.
23.	C.	$P(A) = \frac{2}{36}$, $P(B) = \frac{3}{36}$ $a < b$
24.	D.	Np. dla $n = 1$ każda z liczb $7^n + 1$, $n^n + 1$, $9^n - 1$ jest parzysta $10^n - 1$ – cyfrą jedności tej liczby, dla każdego $n \in N_+$ jest 9 – zatem jest to liczba nieparzysta.
25.	A.	r – promień stożka h – wysokość stożka Wysokość trójkąta będącego przekrojem osiowym stożka dzieli go na dwa trójkąty przystające prostokątne. Wysokość podzieliła też kąt o mierze 120° na dwa kąty – każdy o mierze 60°. Kąt o mierze 60° leży naprzeciw boku odpowiadającego promieniowi. $\frac{r}{10} = \sin 60^0$ $\frac{r}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $r = 5\sqrt{3}$ $\cos 60^\circ = \frac{h}{10}$ $\frac{1}{2} = \frac{h}{10}$ $h = 5$ $\frac{r}{h} = \frac{5\sqrt{3}}{5} = \sqrt{3}$

Zadania otwarte

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązania	Liczba punktów
26.	Określenie promienia okręgu: $\sqrt{6}$ i przekątnej kwadratu: $2\sqrt{6}$.	1
	Obliczenie pola kwadratu: $P=\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{6}\cdot 2\sqrt{6}=12$.	1
27.	Określenie liczby sukienek niebieskich: $70\%\cdot 20=14$.	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa: $\frac{14}{20}$.	1
28.	Ułożenie nierówności: s km – odległość, w jakiej należy wybudować hotele, $\frac{s}{1+0,2}+\frac{s}{1-0,2}\le 30$.	1
	Rozwiązanie nierówności i podanie odpowiedzi: $\frac{s}{1,2}+\frac{s}{0,8}\le 30$, $s\le 14,4$. Hotele będzie dzieliła odległość nie większa niż $14,4$ km.	1
29.	Zapisanie odpowiedniego wzoru na obliczenie pola powierzchni blatu: Blat stołu składa się z części prostokątnej o wymiarach 2 m na 1 m i dwóch części w kształcie półkoli o promieniu $0,5$ m (czyli koła o promieniu $0,5$ m). $P=2\cdot 1+\pi(0,5)^2$.	1
	Obliczenie pola: $P=2+0,25\pi\approx 2+0,25\cdot 3,14=2+0,785=2,785$ (m^2). Pole powierzchni serwetki wynosi ok. $2,785$ m^2.	1
30.	Przekształcenie wyrażenia wymiernego: $\frac{1}{\sin^2\alpha}-1=\frac{1-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha-\sin^2\alpha}{\sin^2\alpha}=\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2$.	1
	Wykorzystanie związku między sinusem, cosinusem i tangensem tego samego kąta ostrego: $\left(\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\right)^2=\left(\frac{1}{\mathrm{tg}\alpha}\right)^2=\mathrm{tg}^{-2}\alpha$.	1

31.	Obliczenie promienia koła: $2\pi r = 12\pi, r = 6$.	1
	Obliczenie miar kątów trójkąta i zauważenie, że jest to trójkąt prostokątny: $x + 2x + 3x = 180,$ $x = 30.$ Miary kątów: $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$.	1
	Zauważenie, że środek okręgu leży na połowie przeciwprostokątnej i obliczenie długości przeciwprostokątnej: 12.	1
	Obliczenie długości przyprostokątnych: $6,\ 6\sqrt{3}$.	1
	Obliczenie pola trójkąta: $P = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$.	1
32.	Obliczenie długości krawędzi a podstawy: $\frac{3}{2}a = 6,\ a = 4$ (cm).	1
	Określenie kąta nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy: kąt między wysokością ściany bocznej a wysokością h jednego z sześciu trójkątów równobocznych, na które można podzielić podstawę.	1
	Obliczenie wysokości h trójkąta leżącego w podstawie: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$ (cm).	1
	Obliczenie tangensa kąta: $\mathrm{tg}\alpha = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$.	1
	Obliczenie miary kąta: $\alpha = 60^\circ$.	1
	Obliczenie objętości ostrosłupa: $V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 4^2 \cdot 6 = 48\sqrt{3}$ (cm^3).	1
33.	Zilustrowanie sytuacji przedstawionej w zadaniu za pomocą drzewka lub skorzystanie z reguły mnożenia oraz określenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu A': A – wśród wybranych kwiatów jest przynajmniej jedna żółta róża A' – wśród wybranych kwiatów nie ma ani jednej żółtej róży $20 \cdot 19 = 380$.	1

	Określenie liczby zdarzeń sprzyjających zdarzeniu $A^{'}$: $12 \cdot 11 = 132$.	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia przeciwnego do A: $P(A^{'}) = \frac{132}{380} = \frac{33}{95}$.	1
	Obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia A: $P(A) = 1 - \frac{33}{95} = \frac{62}{95}$.	1